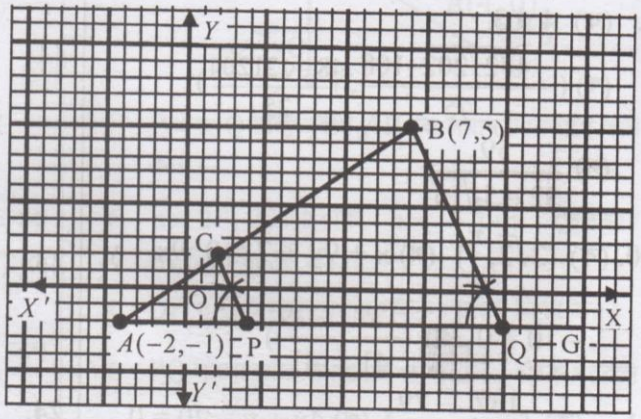
01

পরীক্ষণ নং 1	তারিখঃ

পরীক্ষণের নামঃ A(– 2, –1) এবং B(7, 5) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে 1 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয়।

মূলতত্ত্বঃ $A(x_1, y_1)$ এবং $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে $m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক $\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) পেন্সিল কম্পাস।



কার্যপদ্ধতিঃ

1. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা X′OX ও YOY′ আঁকি।
2. x - অক্ষ ও y - অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে A(–2, –1) ও B(7, 5) বিন্দুদ্বয়কে গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে সংযোগ করে AB রেখাংশ লেখচিত্রে উপস্থাপন করি।
3. A বিন্দু দিয়ে x অক্ষের সমান্তরাল AG রেখার উপর যেকোনো দুইটি বিন্দু P ও Q নেই যেন AP : PQ = 1 : 2 হয়। (এখানে, A থেকে 4 একক দূরে P এবং P থেকে 8 একক দূরে Q বিন্দু অবস্থিত।)
4. Q, B যোগ করি এবং QB এর সমান্তরাল PC রেখা অঙ্কন করি যা AB কে C বিন্দুতে ছেদ করে।

ফল সংকলনঃ

C এর স্থানাঙ্ক	
গ্রাফ হতে প্রাপ্ত মান	সূত্র হতে প্রাপ্ত মান
(1,1)	$\left(\frac{1\times7+2\times-2}{1+2}, \frac{1\times5+2\times-1}{1+2}\right) = \left(\frac{7-4}{3}, \frac{5-2}{3}\right) = (1,1)$

ফলাফলঃ প্রদত্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশকে 1 : 2 অনুপাতে অন্তর্বিভক্তকারী বিন্দুর স্থানাঙ্ক (1,1) ।

02

২০. **সরলরেখার সমীকরণের লেখচিত্র**

পরীক্ষণ নং 3	তারিখঃ

পরীক্ষণের নামঃ $5x - 7y = 15$ সরলরেখার লেখচিত্র অঙ্কন।

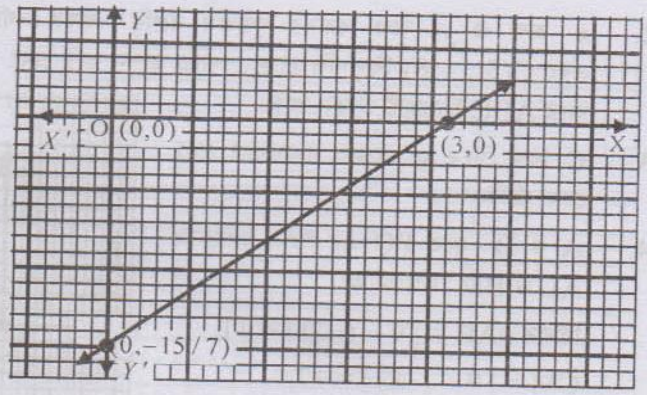
প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর।

কার্যপদ্ধতিঃ

1. প্রদত্ত সরলরেখার সমীকরণ হতে পাই, $\frac{x}{3} + \frac{y}{15/7} = 1$; যা x অক্ষকে (3,0) ও y অক্ষকে $(0, -\frac{15}{7})$ বিন্দুতে ছেদ করে।

2. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।

3. x - অক্ষ ও y - অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 7 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে $(3,0)$ ও $(0, -\frac{15}{7})$ বিন্দু দুইটি ছক কাগজে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে সংযোগ করে $5x - 7y = 15$ সরলরেখার লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখচিত্রের বৈশিষ্ট্যঃ

1. প্রদত্ত সরলরেখার ঢাল-ছেদ আকৃতি

$y = \frac{5}{7}x - \frac{15}{7}$ এ $c = -\frac{15}{7} < 0$ বলে রেখাটি y অক্ষকে ঋণাত্মক দিকে $\frac{15}{7}$ একক দূরে ছেদ করবে।

2. $m = \frac{5}{7} > 0$ বলে রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে সূক্ষ্মকোণ উৎপন্ন করে।

03.

পরীক্ষণ নং 7	তারিখ :

পরীক্ষণের নাম : $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2$ সমীকরণের লেখচিত্র অঙ্কন কর।

প্রয়োজনীয় উপকরণ : (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার ইত্যাদি।

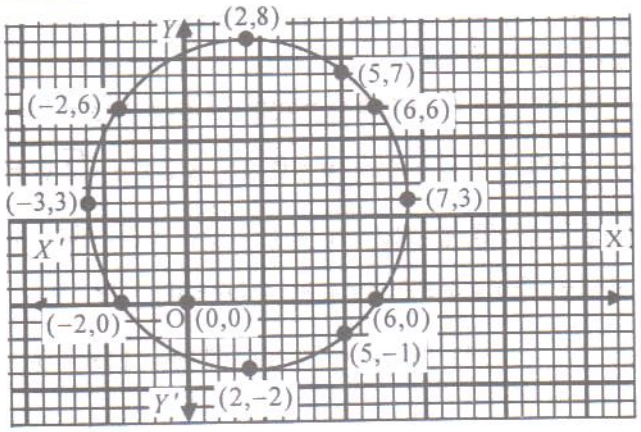
কার্যপদ্ধতি :

1. প্রদত্ত বৃত্তের সমীকরণ হতে পাই, $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5^2 \Rightarrow (y-3)^2 = 5^2 - (x-2)^2$

$\Rightarrow$ $y - 3 = \pm\sqrt{(5+x-2)(5-x+2)} \Rightarrow y = 3 \pm \sqrt{-(x+3)(x-7)}$ ..... (i) এ

$(x+3)(x-7) \le 0 \Rightarrow -3 \le x \le 7$ অর্থাৎ $x \in [-3, 7]$ এর কয়েকটি মান নিয়ে y এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	−3	−2	−2	2	2	5	5	6	6	7
y	3	0	6	−2	8	−1	7	0	6	3



2. একটি ছক কাগজে স্থানাংকের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।

3. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 2 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিল দিয়ে মুক্তহস্তে সংযোগ করে প্রদত্ত (i) এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।

লেখের বৈশিষ্ট্য:

1. লেখচিত্রটি একটি বৃত্ত।

2. লেখচিত্রটি অবিচ্ছিন্ন।

সতর্কতাঃ

1. গ্রাফ পেপার সুষম বর্গক্ষেত্র বিশিষ্ট কিনা দেখে নেই।

2. শার্পনার দিয়ে পেন্সিল সরু করে নেই।

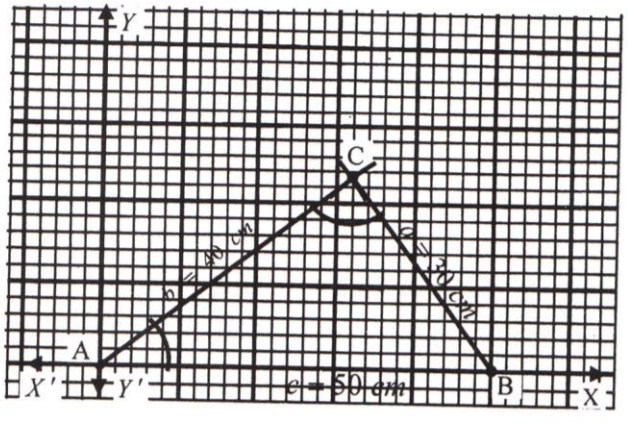
04

পরীক্ষণ নং 8	তারিখ ঃ

পরীক্ষণের নামঃ একটি ত্রিভুজের বাহুগুলি যথাক্রমে 30 সে.মি., 40 সে.মি. এবং 50 সে.মি. হলে ঐ ত্রিভুজের বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণ নির্ণয় ।

মূলতত্ত্বঃ মনে করি, ABC একটি ত্রিভুজ যার তিনটি বাহু যথাক্রমে a = 30 সে.মি., b = 40 সে.মি. এবং c = 50 সে.মি. । ΔABC তে বৃহত্তম বাহু c = 50 সে.মি. এর বিপরীত কোণ $\angle C$ বৃহত্তম কোণ এবং ক্ষুদ্রতম বাহু a = 30 সে.মি. এর বিপরীত কোণ $\angle A$ ক্ষুদ্রতম কোণ। তাহলে প্রদত্ত উপাত্তের সাহায্যে ΔABC অঙ্কন করে চাঁদার সাহায্যে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণ নির্ণয় করি এবং সূত্র $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ ও $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ থেকে প্রাপ্ত মানের সাথে সত্যতা যাচাই করি।

প্রয়োজনীয় উপকরণ : (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) চাঁদা (vii) পেন্সিল কম্পাস (viii) সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর।



কার্যপদ্ধতি :

একটি গ্রাফ পেপারে স্থানাংকের অক্ষ রেখা $X'AX$ ও YAY' আঁকি ।

x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 বাহুর দৈর্ঘ্য = 2 সে.মি. ধরি ।

গ্রাফ পেপারে AX বরাবর ক্ষুদ্রতম $(50 \div 2)$ অর্থাৎ 25 বর্গের বাহুর সমান করে বৃহত্তম বাহু AB = 50 সে.মি. কেটে নেই।

A কে কেন্দ্র করে ক্ষুদ্রতম $(40 \div 2)$ অর্থাৎ 20 বর্গের বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি এবং B কে কেন্দ্র করে $(30 \div 2)$ অর্থাৎ 15 বর্গের বাহুর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে আরও একটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে। A, B এবং B, C যোগ করি। তাহলে ΔABC তে AB = c = 50 সে.মি., BC = a = 30 সে.মি. এবং AC = b = 40 সে.মি. সূচিত করে।

5. চাঁদার সাহায্যে বৃহত্তম কোণ $\angle C$ এবং ক্ষুদ্রতম কোণ $\angle A$ নির্ণয় করি।

হিসাব : $\cos C = \frac{30^2+40^2-50^2}{2\times30\times40} = \frac{900+1600-2500}{2400} = \frac{2500-2500}{2400} = 0 \quad \therefore \angle C = 90^\circ$

$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \frac{40^2+50^2-30^2}{2\times40\times50} = \frac{1600+2500-900}{4000} = \frac{3200}{4000} = 0{\cdot}8$

$\therefore \quad \angle A = 36{\cdot}8699^\circ$

ফল সংকলন :

a	b	c	বৃহত্তম কোণ C নির্ণয়		ক্ষুদ্রতম কোণ A নির্ণয়	
			গ্রাফ থেকে প্রাপ্ত মান	সূত্র থেকে প্রাপ্ত মান	গ্রাফ থেকে প্রাপ্ত মান	সূত্র থেকে প্রাপ্ত মান
30 সে.মি.	40 সে.মি.	50 সে.মি.	$\angle C = 90^\circ$	$\angle C = 90^\circ$	$\angle A = 36{\cdot}9^\circ$	$\angle A = 36{\cdot}8699^\circ$

ফলাফলঃ নির্ণেয় বৃহত্তম কোণ $\angle C = 90^\circ$ এবং ক্ষুদ্রতম কোণ $\angle A = 36{\cdot}9^\circ$ ।

মন্তব্যঃ গ্রাফ থেকে প্রাপ্ত মান এবং গাণিতিকভাবে নির্ণীত মান প্রায় সমান। অতএব ফলাফল সঠিক।

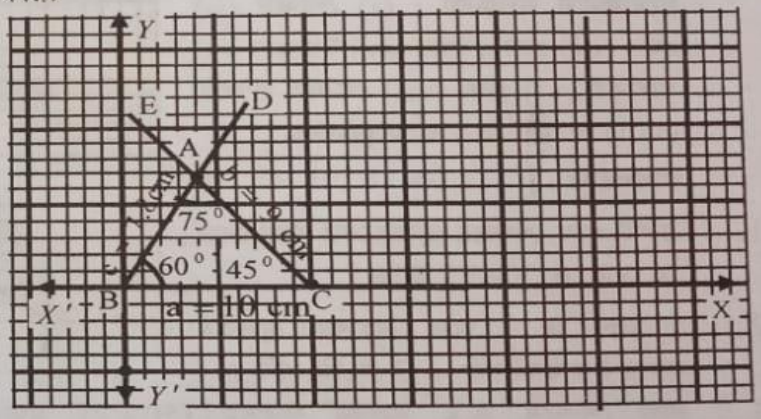
২. ত্রিভুজের কোণের পরিমাপ দেওয়া থাকলে বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয়

পরীক্ষণ নং **9**	তারিখ ঃ

পরীক্ষণের নাম: একটি ত্রিভুজের কোণগুলি $75^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ হলে ত্রিভুজটির বাহুগুলির অনুপাত নির্ণয় ।

মূলতত্ত্বঃ মনে করি, ΔABC এর কোণগুলি $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ ও $\angle C = 45^\circ$ এর বিপরীত বাহুগুলি যথাক্রমে a, b ও c । তাহলে প্রদত্ত উপাত্ত হতে গ্রাফের সাহায্যে এবং $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ সূত্রের সাহায্যে a, b ও c এর অনুপাত নির্ণয় করি।

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) চাঁদা (vii) পেন্সিল কম্পাস (viii) সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর।



কার্যপদ্ধতি :

1. একটি গ্রাফ পেপারে স্থানাংকের অক্ষ রেখা X′BX ও YBY′ আঁকি ।
2. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 সে.মি. ধরে BC = a = 10 সে.মি. কেটে নেই ।
3. চাঁদার সাহায্যে B বিন্দুতে $\angle CBD = 60^\circ$ ও C বিন্দুতে $\angle BCE = 45^\circ$ অঙ্কন করি। BD ও CE রেখা পরস্পরকে A বিন্দুতে ছেদ করে।
4. গ্রাফ থেকে চাঁদার সাহায্যে $\angle A$ এবং পেন্সিল কম্পাসের সাহায্যে AB ও AC বাহুর দৈর্ঘ্য মেপে BX বরাবর বসিয়ে যথাক্রমে c ও b বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করি।

হিসাব : আমরা জানি, ΔABC তে $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle A + 60^\circ + 45^\circ = 180^\circ$

$\therefore \quad \angle A = 75^\circ$

আবার, $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow \frac{a}{\sin 75^0}=\frac{b}{\sin 60^0}=\frac{c}{\sin 45^0}$

$\Rightarrow \frac{a}{0\cdot966}=\frac{b}{0\cdot866}=\frac{c}{0\cdot707}\Rightarrow \frac{a}{0\cdot966\times\frac{10}{0\cdot966}}=\frac{b}{0\cdot866\times\frac{10}{0\cdot966}}=\frac{c}{0\cdot707\times\frac{10}{0\cdot966}}$

$\Rightarrow \frac{a}{10}=\frac{b}{8\cdot96}=\frac{c}{7\cdot32}$ $\therefore a:b:c=10:8\cdot96:7\cdot32$

ফল সংকলন :

∠A	∠B	∠C	a : b : c নির্ণয়	
75°	60°	45°	গ্রাফ থেকে প্রাপ্ত অনুপাত: a : b : c = 10 : 9 : 7·8	সূত্র থেকে প্রাপ্ত মান অনুপাত : a : b : c = 10 : 8·96 : 7·32

ফলাফল : নির্ণেয় অনুপাত , a : b : c = 10 : 8·96 : 7·32

06

y = f(x) সমীকরণের লেখ ও x-অক্ষ দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের আসন্ন মান :

পরীক্ষণ নং 21	তারিখঃ

পরীক্ষণের নাম: ছয়টি কোটি ব্যবহার করে $\int_0^{0.8} e^{x^2}\,dx$ এর মান নির্ণয়।

মূলতত্ত্ব : মনে করি, ক্ষেত্রফল $A=\int_0^{0.8} e^{x^2}\,dx$

ছয়টি কোটির জন্য $A=h(\frac{y_0}{2}+y_1+y_2+y_3+y_4+\frac{y_5}{2})$ ব্যবহার করে $\int_0^{0.8} e^{x^2}\,dx$ এর মান নির্ণয় করি।

প্রয়োজনীয় উপকরণ : (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর।

কার্যপদ্ধতি :

1. $0\le x\le 0\cdot8$ ব্যবধিতে সমদূরবর্তী 6টি কোটি y_0,y_1,y_2,y_3,y_4,y_5 এর জন্য এই ব্যবধির নিম্নপ্রান্ত ও ঊর্ধ্বপ্রান্তের বিয়োগফলকে $(6-1)=5$ দ্বারা ভাগ করে প্রত্যেক ক্ষুদ্র অংশের দৈর্ঘ্য h এর মান নির্ণয় করি।

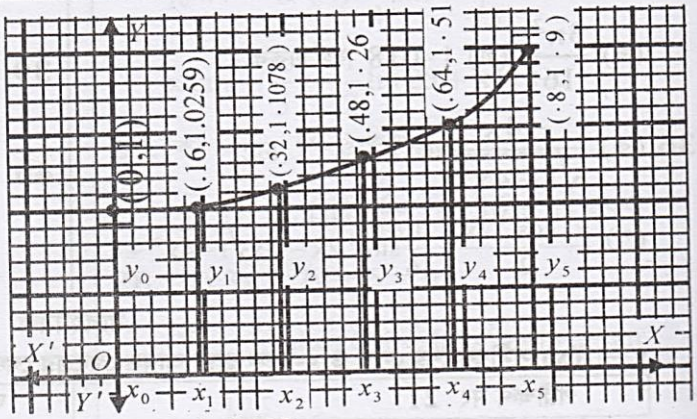
$\therefore h=\frac{0\cdot8-0}{5}=0\cdot16$

2. h *এর মান হতে* $x_n=x_{n-1}+h$ *সূত্র ব্যবহার করে* x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 *নির্ণয় করি যেখানে* $x_0=0$.

3. $y=f(x)=e^{x^2}$ থেকে y_0,y_1,y_2,y_3,y_4,y_5 এর মান নির্ণয় করি:

$x_0 = 0$	$x_1 = x_0 + h$ $= 0 + 0 \cdot 16$ $= 0 \cdot 16$	$x_1 = x_0 + h$ $= \cdot 16 + \cdot 16$ $= 0 \cdot 32$	$x_3 = x_2 + h$ $= 0 \cdot 32 + 0 \cdot 16$ $= 0 \cdot 48$	$x_4 = x_3 + h$ $= 0 \cdot 48 + 0 \cdot 16$ $= 0 \cdot 64$	$x_5 = x_4 + h$ $= 0 \cdot 64 + 0 \cdot 16$ $= 0 \cdot 8$
$y_0 = e^{x_0^2}$ $= e^0$ $= 1$	$y_1 = e^{x_1^2}$ $= e^{(0.16)^2}$ $= 1 \cdot 0259$	$y_1 = e^{x_2^2}$ $= e^{(0.32)^2}$ $= 1 \cdot 1078$	$y_1 = e^{x_3^2}$ $= e^{(0.48)^2}$ $= 1 \cdot 2591$	$y_1 = e^{x_4^2}$ $= e^{(0.64)^2}$ $= 1 \cdot 5062$	$y_1 = e^{x_4^2}$ $= e^{(0.8)^2}$ $= 1 \cdot 8965$

4. x - অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 30 বাহু = 1 একক ও y - অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 10 বাহু =1 একক ধরে তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করে লেখচিত্রটি অঙ্কন করি।



5. প্রাপ্ত ছয়টি কোটিকে x অক্ষের সহিত স্কেলের সাহায্যে সংযুক্ত করে 5টি ট্রাপিজিয়াম আকারে প্রকাশ করি।

হিসাব : $A = h\left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + \frac{y_5}{2}\right)$

$= 0 \cdot 16\left(\frac{1}{2} + 1 \cdot 0259 + 1 \cdot 1078 + 1 \cdot 2591 + 1 \cdot 5062 + \frac{1 \cdot 8965}{2}\right)$

$= 1 \cdot 0156$ বর্গ একক (প্রায়)।

ফলাফল : নির্ণেয় ক্ষেত্রফল

$A = \int_0^{0.8} e^{x^2}\, dx = 1 \cdot 0156$ বর্গ একক (প্রায়)।