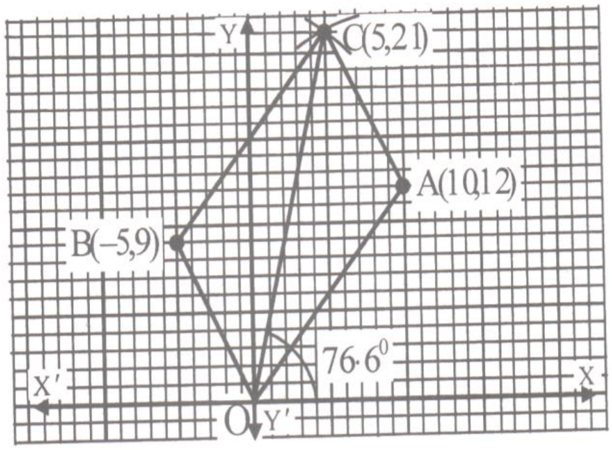
পরীক্ষণ নং 4	তারিখঃ

পরীক্ষণের নামঃ আর্গন্ড চিত্রে $z_1 = 10 + 12i$, $z_2 = -5 + 9i$ জটিল সংখ্যা দুইটি চিহ্নিত করে এদের যোগফলের পরমমান (মডুলাস) ও নতি (আর্গুমেন্ট) নির্ণয়।

মূলতত্ত্ব : O মূলবিন্দু , x-অক্ষকে বাস্তব অক্ষ এবং y-অক্ষকে কাল্পনিক অক্ষ ধরে z_1 ও z_2 জটিল সংখ্যাদ্বয়কে আর্গন্ড চিত্রে চিহ্নিত করলে মূলবিন্দুর সাথে এদের সংযোগ রেখাদ্বয়কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি হবে $z_1 + z_2$ এর পরমমান এবং x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কর্ণটির উৎপন্ন কোণ হবে নতি।

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) চাঁদা (vii) পেন্সিল কম্পাস (viii) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতিঃ



1. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে $z_1 = 10 + 12i$, $z_2 = -5 + 9i$ কে A(10, 12) এবং B(−5, 9) দ্বারা নির্দেশ করে গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি।
2. OA ও OB কে সন্নিহিত বাহু ধরে OACB সামান্তরিক সম্পূর্ণ করি এবং O, C যোগ করি। তাহলে C বিন্দু জটিল সংখ্যা দুইটির যোগফল $z_1 + z_2$ এর অবস্থান নির্দেশ করে।

তাহলে, $z_1 + z_2$ এর পরমমান = $|z_1 + z_2|$ = OC এবং $z_1 + z_2$ এর নতি = $\theta = \angle COX$

হিসাব: $z_1 + z_2 = (10 + 12i) + (-5 + 9i) = 5 + 21i$

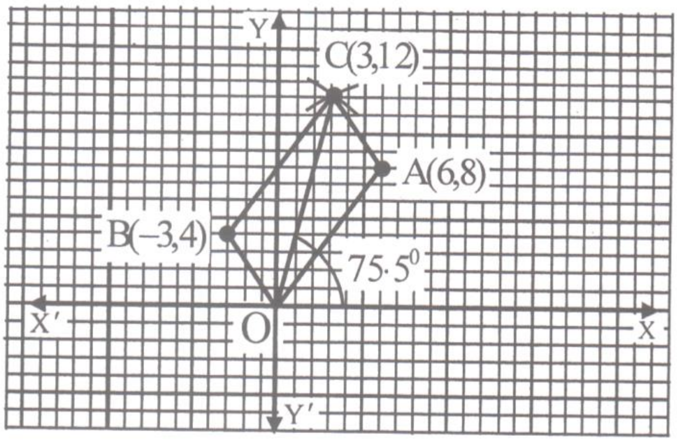
ফল সংকলন :

z_1 বিন্দুর স্থানাঙ্ক	z_2 বিন্দুর স্থানাঙ্ক	$z_1 + z_2$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক	পরমমান নির্ণয়		নতি নির্ণয়	
			গ্রাফ হতে	সূত্র হতে	গ্রাফ হতে (চাঁদার সাহায্যে)	সূত্র হতে
A(10,12)	(-5,9)	(5,21)	OC = 28.5 ঘর =28.5 একক	$\sqrt{x^2 + y^2}$ $= \sqrt{5^2 + 21^2}$ $= 28.59$	$\angle COX$ $=\theta$ $= 76\cdot50^0$	$\tan^{-1}\frac{y}{x}$ $= \tan^{-1}\frac{21}{5}$ $= 76\cdot61^0$

ফলাফল : নির্ণেয় পরমমান = 28.59 একক এবং নতি = $76\cdot61^0$.

পরীক্ষণের নামঃ আর্গন্ড চিত্রে $z_1 = 6 + 8i$, $z_2 = 3 - 4i$ জটিল সংখ্যা দুইটি চিহ্নিত করে এদের বিয়োগফলের পরমমান (মডুলাস) ও নতি (আর্গুমেন্ট) নির্ণয় ।

মূলতত্ত্ব : O মূলবিন্দু , x-অক্ষকে বাস্তব অক্ষ এবং y-অক্ষকে কাল্পনিক অক্ষ ধরে z_1 ও $-z_2$ জটিল সংখ্যাদ্বয়কে আর্গন্ড চিত্রে চিহ্নিত করলে মূলবিন্দুর সাথে এদের সংযোগ রেখাদ্বয়কে সন্নিহিত বাহু ধরে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণটি হবে $z_1 - z_2$ এর পরমমান এবং x- অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে কর্ণটির উৎপন্ন কোণ হবে নতি।



প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) চাঁদা (vii) পেন্সিল কম্পাস (viii) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতিঃ

1. x অক্ষ ও y অক্ষ বরাবর ক্ষুদ্রতম বর্গের 1 বাহুর দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে $z_1 = 6 + 8i, -z_2 = -3 + 4i$ কে A(6, 8) এবং B (−3, 4) দ্বারা নির্দেশ করে গ্রাফ পেপারে স্থাপন করি।
2. OA ও OB কে সন্নিহিত বাহু ধরে OACB সামান্তরিক সম্পূর্ণ করি এবং O, C যোগ করি। তাহলে C বিন্দু জটিল সংখ্যা দুইটির বিয়োগফল $z_1 - z_2$ এর অবস্থান নির্দেশ করে।

তাহলে, $z_1 - z_2$ এর পরমমান = $|z_1 - z_2| = OC$ এবং $z_1 - z_2$ এর নতি = $\theta = \angle COX$

হিসাব: $z_1 - z_2 = (6 + 8i) - (3 - 4i) = 3 + 12i$

ফল সংকলন :

z_1 বিন্দুর স্থানাঙ্ক	z_2 বিন্দুর স্থানাঙ্ক	$z_1 - z_2$ বিন্দুর স্থানাঙ্ক	পরমমান নির্ণয়		নতি নির্ণয়	
			গ্রাফ হতে	সূত্র হতে	গ্রাফ হতে (চাঁদার সাহায্যে)	সূত্র হতে
A(6,8)	(3,-4)	(3,12)	OC = 12.4 ঘর =12.4 একক	$\sqrt{x^2 + y^2}$ $= \sqrt{3^2 + 12^2}$ $= 12.37$	$\angle COX$ $= \theta$ $= 75\cdot5^0$	$\tan^{-1}\frac{y}{x}$ $= \tan^{-1}\frac{12}{3}$ $= 75\cdot96^0$

ফলাফল : নির্ণেয় পরমমান = 12.37 একক এবং নতি = $75\cdot96^0$.

মন্তব্য : লেখচিত্র হতে প্রাপ্তমান এবং গণিতিকভাবে নির্ণয়কৃত মান প্রায় সমান। অতএব ফলাফল সঠিক।

পরীক্ষণ নং 8	তারিখঃ

পরীক্ষণের নামঃ লেখের সাহায্যে (ব্যবধি সঙ্কোচনের মাধ্যমে) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6 = 0$ সমীকরণের বাস্তব মূলের আসন্ন মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয়।

মূলতত্ত্ব : লেখের উপর $x = a$ এবং $x = b$ এর জন্য,

(i) যদি $f(a)$ এবং $f(b)$ বিপরীত চিহ্নযুক্ত হয় তবে $]a, b[$ ব্যবধির মধ্যে $f(x) = 0$ এর কমপক্ষে একটি অথবা বিজোড় সংখ্যক মূল থাকবে।

(ii) যদি $f(a)$ এবং $f(b)$ একই চিহ্নযুক্ত হয় তবে $]a, b[$ ব্যবধির মধ্যে $f(x) = 0$ এর জোড় সংখ্যক মূল থাকবে অথবা কোনো মূল থাকবেনা।

(iii) $y = f(x)$ সমীকরণের লেখচিত্র x-অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ বা স্পর্শ করে তার ভূজ $f(x) = 0$ সমীকরণের বাস্তব মূল হবে। যদি ভূজ ভগ্নাংশ হয় তবে সেই ভূজের আসন্ন মান $f(x) = 0$ সমীকরণের মূলের আসন্ন মান হবে।

(iv) যদি $y = f(x)$ সমীকরণের লেখচিত্রটি x- অক্ষকে ছেদ বা স্পর্শ না করে তবে $f(x) = 0$ এর কোনো বাস্তব মূল থাকবে না।

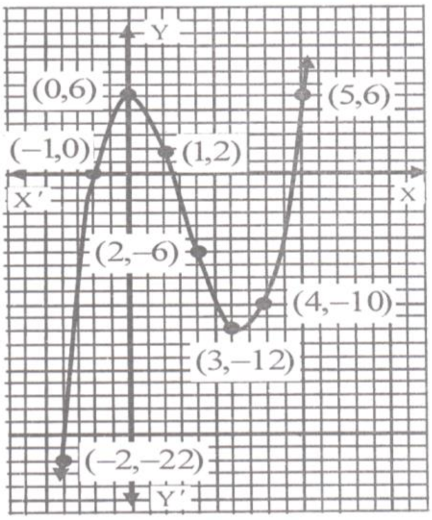
প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতি :

1. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি ।
2. $y = f(x) = x^3 - 5x^2 + 6$ সমীকরণে x-এর কয়েকটি মান নিয়ে y-এর অনুরূপ মান বের করি ও নিচের ছকটি তৈরি করি।

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5
y	− 22	0	6	2	−6	−12	−10	6

3. x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের এক বাহু = 2 একক এবং y-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু = 1 একক ধরে তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি এবং স্থাপিত বিন্দুগুলি মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে $y = f(x)$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।



4. লেখচিত্রটি যে সকল বিন্দুতে x-অক্ষকে ছেদ করে সে সকল বিন্দুর ভূজ নির্ণয় করে প্রদত্ত সমীকরণের বাস্তব মূল নির্ণয় করি।

মূলের মান নির্ণয়: লেখচিত্রটি x-অক্ষকে $(-1,0)$ বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব, $f(x)$ এর একটি মূল $= -1$

লেখচিত্র হতে দেখা যাচ্ছে যে, $f(x)$ এর অপর মূলদ্বয় $]1, 2[$ ব্যবধি এবং $]4, 5[$ ব্যবধিতে বিদ্যমান।

]1, 2[ব্যবধিতে বিদ্যমান দ্বিতীয় মূলের আসন্ন মান নির্ণয়:

$f(1{\cdot}2) = (1{\cdot}2)^3 - 5(1{\cdot}2)^2 + 6 = 0{\cdot}528 > 0$

$f(1{\cdot}3) = (1{\cdot}3)^3 - 5(1{\cdot}3)^2 + 6 = -\ 0{\cdot}253 < 0$

$f(1{\cdot}25) = (1{\cdot}25)^3 - 5(1{\cdot}25)^2 + 6 = 0{\cdot}141>0$

$f(1{\cdot}26) = (1{\cdot}26)^3 - 5(1{\cdot}26)^2 + 6 = 0{\cdot}06>0$

$f(1{\cdot}27) = (1{\cdot}27)^3 - 5(1{\cdot}27)^2 + 6 = -\ 0{\cdot}016>0$

$f(1{\cdot}267) = (1{\cdot}267)^3 - 5(1{\cdot}267)^2 + 6 = 0{\cdot}0075>0$

$f(1{\cdot}268) = (1{\cdot}268)^3 - 5(1{\cdot}268)^2 + 6 = 0{\cdot}0004>0$

$\therefore$ দ্বিতীয় মূল $= 1{\cdot}268$

]4, 5[ব্যবধিতে বিদ্যমান দ্বিতীয় মূলের আসন্ন মান নির্ণয়:

$f(4{\cdot}7) = (4{\cdot}7)^3 - 5(4{\cdot}7)^2 + 6 =-\ 0{\cdot}627 < 0$

$f(4{\cdot}8) = (4{\cdot}8)^3 - 5(4{\cdot}8)^2 + 6 = 1{\cdot}39 > 0$

$f(4{\cdot}73) = (4{\cdot}73)^3 - 5(4{\cdot}73)^2 + 6 = -\ 0{\cdot}04 < 0$

$f(4{\cdot}74) = (4{\cdot}74)^3 - 5(4{\cdot}74)^2 + 6 = 0{\cdot}158 > 0$

$f(4{\cdot}732) = (4{\cdot}732)^3 - 5(4{\cdot}732)^2 + 6 =-\ 0{\cdot}001<0$

$f(4{\cdot}733) = (4{\cdot}733)^3 - 5(4{\cdot}733)^2 + 6 =-\ 0{\cdot}018<0$

$\therefore$ তৃতীয় মূল $= 4{\cdot}732$

ফলাফল : নির্ণেয় মূল তিনটি -1, $1{\cdot}268$ (প্রায়) এবং $4{\cdot}732$ (প্রায়)

২৭. পরাবৃত্তের লেখচিত্র অঙ্কন।

পরীক্ষণ নং 11	তারিখঃ

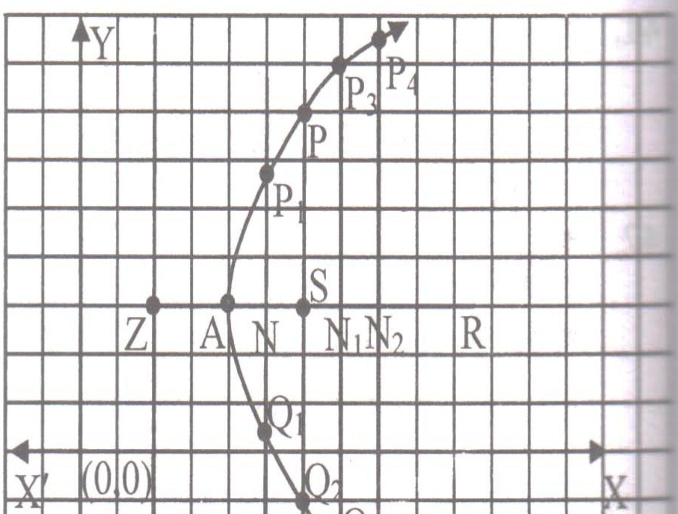
পরীক্ষণের নামঃ পরাবৃত্তের উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক (6,3) এবং নিয়ামকরেখার সমীকরণ $x=2$ হলে এর লেখচিত্র অঙ্কন।

মূলতত্ত্ব : পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র S এবং উপবৃত্তের উপর অবস্থিত যেকোন বিন্দু P হতে এর নিয়ামকরেখার লম্ব দূরত্ব PM হলে, $\frac{SP}{PM} = 1 \Rightarrow SP = PM.$

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) চাঁদা (vii) পেন্সিল কম্পাস (viii) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতিঃ

1. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।
2. x-অক্ষ ও y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু = 1 একক ধরে পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র S (6, 3) ছক কাগজে স্থাপন করি।
3. x-অক্ষের সমান্তরাল পরাবৃত্তের নিয়ামকরেখা $MM' \equiv x - 2 = 0$ আঁকি।
4. S বিন্দুগামী এবং নিয়ামকরেখার উপর লম্বরেখা ZR টানি যেন ZR রেখা MM' রেখাকে Z বিন্দুতে ছেদ করে।
5. ZS এর মধ্যবিন্দু A নির্ণয় করি যা পরাবৃত্তের শীর্ষ।
6. AR এর উপরিস্থিত যেকোনো বিন্দু N এর মধ্য দিয়ে AR রেখার উপর লম্ব টানি।
7. S কে কেন্দ্র করে ZN এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি যা লম্বরেখাটিকে P_1 ও Q_1 বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং, P_1 ও Q_1 বিন্দু দুইটি পরাবৃত্তটির উপর অবস্থিত হবে।
8. অনুরূপভাবে, পরাবৃত্তটির উপর P_2 ,Q_2, P_3, Q_3 ,...... ইত্যাটি বিন্দু নির্ধারণ করা যায়। বিন্দুগুলো মুক্ত হস্তে বক্রাকারে যোগ করে পরাবৃত্তটির লেখচিত্র অঙ্কন করি।



৫. বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের লেখচিত্র অঙ্কন।

পরীক্ষণ নং 14	তারিখঃ

পরীক্ষণের নাম : $y = \tan^{-1} x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করে লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় যখন $-1 \le x \le 1$.

মূলতত্ত্ব : $[-1, 1]$ ব্যবধিতে এর ভিন্ন ভিন্ন বাস্তব মানের জন্য $y = \tan^{-1} x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করতে হবে এবং লেখের বৈশিষ্ট্য নির্ণয় করতে হবে।

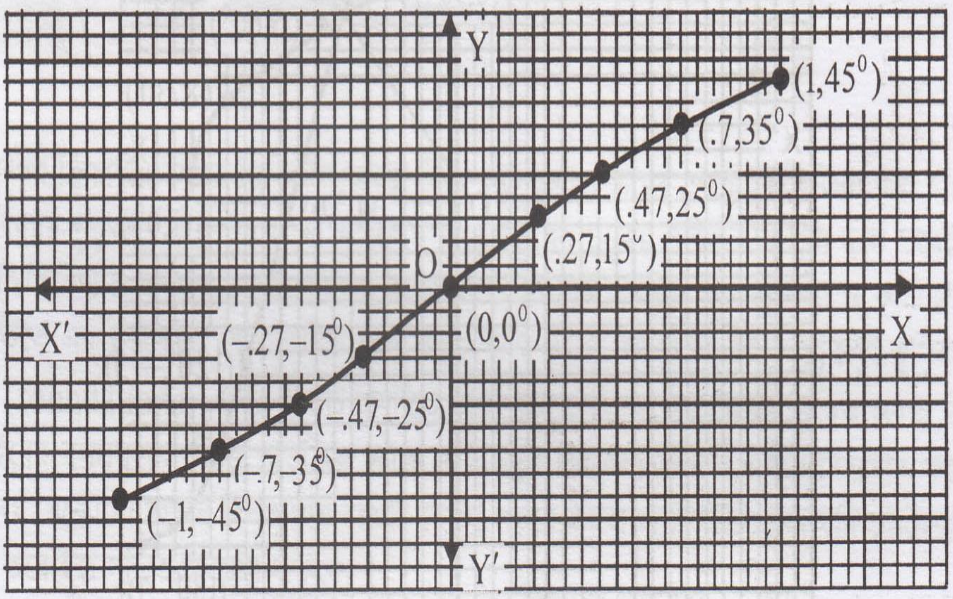
প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতিঃ

1. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা $X'OX$ ও YOY' আঁকি।
2. নিচের তালিকায় $x \in [-1, 1]$ এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য $y = \tan^{-1} x$ এর প্রতিরূপী মান নির্ণয় করি :

x	-1	$-\cdot 7$	$-\cdot 47$	$-\cdot 27$	0	$\cdot 27$	$\cdot 47$	$\cdot 7$	1
$y = \tan^{-1} x$	-45	-35	$-25°$	$-15°$	$0°$	$15°$	$25°$	$35°$	45

3. x-অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 20 বাহু = 1 একক ও y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু $= 5°$ ধরে তালিকাভুক্ত বিন্দুগুলি ছক কাগজে স্থাপন করি এবং সরু পেন্সিলের সাহায্যে স্থাপিত বিন্দুগুলি মুক্ত হস্তে বক্রাকারে সংযোগ করে $y = \tan^{-1} x$ এর লেখচিত্র অঙ্কন করি।



লেখের বৈশিষ্ট্য:

1. লেখচিত্রটি ঢেউয়ের আকৃতির। 2. লেখচিত্রটি মূলবিন্দুগামী। 3. লেখচিত্রটি ১ম ও ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থিত।।

১২. লেখের সাহায্যে একাধিক বলের লব্ধি নির্ণয়।

পরীক্ষণ নং 16	তারিখঃ

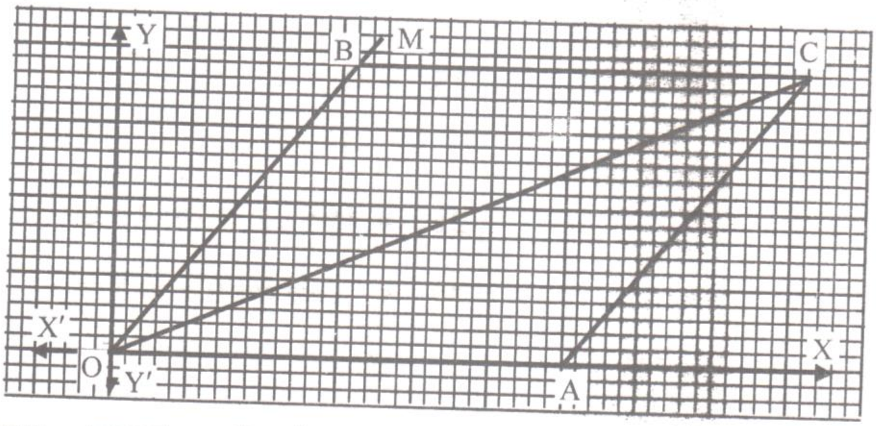
পরীক্ষণের নামঃ একই সময়ে কোনো বিন্দুতে 120 N ও 100 N মানের দুইটি বল পরস্পরের মধ্যে 50° কোণে ক্রিয়ারত হলে লেখের সাহায্যে তাদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়।

মূলতত্ত্ব : যদি বল দুইটি P ও Q এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ α হয় এবং লব্ধি R, P বলের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে, তবে $R=\sqrt{P^2+Q^2-2PQ\cos\alpha}$ এবং $\theta=\tan^{-1}\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$.

প্রয়োজনীয় উপকরণঃ (i) পেন্সিল (ii) স্কেল (iii) গ্রাফ পেপার (iv) ইরেজার (v) শার্পনার (vi) চাঁদা (vii) পেন্সিল কম্পাস (viii) ক্যালকুলেটর ইত্যাদি।

কার্যপদ্ধতিঃ

1. একটি ছক কাগজে স্থানাঙ্কের অক্ষ রেখা X′OX ও YOY′ আঁকি।



2. x-অক্ষ ও y- অক্ষ বরাবর ছোট বর্গের 1 বাহু = 4 N ধরে OX হতে OA = 120 N = 30 বর্গবাহু কেটে নিই।
3. OA রেখার O বিন্দুতে ∠AOM = 50° কোণ অঙ্কন করি এবং OM হতে OB = 100 N = 25 বর্গবাহু কেটে নিই।
4. OA এবং OB কে সন্নিহিত বাহু ধরে OACB সামন্তরিক অঙ্কন করি। OA এবং OB বল দুইটির লব্ধি হচ্ছে কর্ণ OC যা OA বলের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে।

ফল সংকলন :

লব্ধির মান ও দিক নির্ণয়

লব্ধির মান R নির্ণয়		লব্ধির দিক θ নির্ণয়	
গ্রাফ থেকে	সূত্র থেকে	গ্রাফ থেকে	সূত্র থেকে
R= OC = 49·9 ঘর = 49·9 × 4N = 199·6N	$R=\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$ $=\sqrt{120^2+100^2+2.120.100\cos50^0}$ $=\sqrt{14400+10000+24000\times0\cdot64}$ $=\sqrt{39760}=199\cdot40$ N	চাঁদার সাহায্যে ∠AOC = θ = 23°	$\theta=\tan^{-1}\dfrac{Q\sin\alpha}{P+Q\cos\alpha}$ $=\tan^{-1}\dfrac{100\sin50^0}{120+100\cos50^0}$ $=\tan^{-1}\dfrac{100\sin50^0}{120+100\cos50^0}$ $=\tan^{-1}\dfrac{76\cdot6}{184\cdot28}=22\cdot57°$

ফলাফল : নির্ণেয় লব্ধির মান 199·6N এবং দিক 23° (প্রায়)।